

14) Die Ableitung der Funktionen

1) Die Ableitung von  $y = \sin(x)$  ist  $y' = \cos(x)$ , die Ableitung von  $y = \cos(x)$  ist  $y' = -\sin(x)$ .  
Die Ableitung von  $y = \tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$  ist  $y' = \frac{\cos(x) \cdot \cos(x) - \sin(x) \cdot (-\sin(x))}{\cos^2(x)} = \frac{\cos^2(x) + \sin^2(x)}{\cos^2(x)} = \frac{1}{\cos^2(x)} = \sec^2(x)$ .  
Die Ableitung von  $y = \cot(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$  ist  $y' = \frac{-\sin(x) \cdot \sin(x) - \cos(x) \cdot \cos(x)}{\sin^2(x)} = \frac{-\sin^2(x) - \cos^2(x)}{\sin^2(x)} = \frac{-1}{\sin^2(x)} = -\csc^2(x)$ .  
Die Ableitung von  $y = \arcsin(x)$  ist  $y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ .  
Die Ableitung von  $y = \arccos(x)$  ist  $y' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$ .  
Die Ableitung von  $y = \arctan(x)$  ist  $y' = \frac{1}{1+x^2}$ .  
Die Ableitung von  $y = \operatorname{arccot}(x)$  ist  $y' = \frac{-1}{1+x^2}$ .

2) Die Ableitung der Potenzfunktion  
Die Ableitung von  $y = x^n$  ist  $y' = n \cdot x^{n-1}$ .  
Die Ableitung von  $y = x^a$  ist  $y' = a \cdot x^{a-1}$ .  
Die Ableitung von  $y = x^x$  ist  $y' = x^x (\ln(x) + 1)$ .  
Die Ableitung von  $y = x^{\frac{1}{x}}$  ist  $y' = x^{\frac{1}{x}} \left( \frac{1}{x^2} - \ln(x) \right)$ .  
Die Ableitung von  $y = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$  ist  $y' = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .  
Die Ableitung von  $y = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$  ist  $y' = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$ .

3) Die Ableitung der Exponentialfunktion  
Die Ableitung von  $y = e^x$  ist  $y' = e^x$ .  
Die Ableitung von  $y = e^{ax}$  ist  $y' = a \cdot e^{ax}$ .  
Die Ableitung von  $y = e^{-x}$  ist  $y' = -e^{-x}$ .  
Die Ableitung von  $y = e^{\sin(x)}$  ist  $y' = \cos(x) \cdot e^{\sin(x)}$ .  
Die Ableitung von  $y = e^{\cos(x)}$  ist  $y' = -\sin(x) \cdot e^{\cos(x)}$ .  
Die Ableitung von  $y = e^{\tan(x)}$  ist  $y' = \sec^2(x) \cdot e^{\tan(x)}$ .  
Die Ableitung von  $y = e^{\arcsin(x)}$  ist  $y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot e^{\arcsin(x)}$ .  
Die Ableitung von  $y = e^{\arccos(x)}$  ist  $y' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot e^{\arccos(x)}$ .  
Die Ableitung von  $y = e^{\arctan(x)}$  ist  $y' = \frac{1}{1+x^2} \cdot e^{\arctan(x)}$ .  
Die Ableitung von  $y = e^{\operatorname{arccot}(x)}$  ist  $y' = \frac{-1}{1+x^2} \cdot e^{\operatorname{arccot}(x)}$ .